

## Solution de fiche TD5

### Exercice 1 :

$a = -kv^2$ , à  $t=0$ s, le point passe par  $x=0$  avec une vitesse  $V_0$ .

$$\begin{aligned} 1) \quad a = \frac{dv}{dt} &\Rightarrow -kv^2 = \frac{dv}{V^2} \Rightarrow -k dt \Rightarrow \int \frac{dv}{V^2} = \int -k dt \Rightarrow -\frac{1}{V} = -k t + C \Rightarrow V = \\ &\frac{1}{-k t + C} \\ t=0 \quad V=V_0 &\Rightarrow C = -\frac{1}{V_0} \end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned} v &= \frac{-V_0}{1+kV_0t} \\ 2) \quad V = \frac{dx}{dt} &\Rightarrow x = \int V dt = \int \frac{-V_0}{1+kV_0t} dt = \frac{-1}{k} \int \frac{kV_0}{1+kV_0t} dt = \frac{-\ln(1+kV_0t)}{k} + C \\ t=0 &\Rightarrow C = 0 \\ x &= -(1/k)\ln(1+kV_0t) \end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned} x &= -\left(\frac{1}{k}\right)\ln(1+kV_0t) \Rightarrow 1+kV_0t = e^{-kx} \\ v &= \frac{-V_0}{1+kV_0t} = -V_0 e^{kx} \end{aligned}$$

### Exercice 2 :

$V_e(1, 0, 0)$ .

$x' = 6t^2 + 3t$ ,  $y' = -3t^2$  et  $z' = 3$ .

$$1) \quad \vec{V}_r = \frac{d\vec{O'M}}{dt} = (12t+3)\vec{i} - 6t\vec{j}'$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \Rightarrow \vec{V}_a = (12t+3)\vec{i} - 6t\vec{j}' + \vec{i} = (12t+4)\vec{i} - 6t\vec{j}'$$

2)

$$\vec{V}_a = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{OM} = \int \vec{V}_a dt = \int ((12t + 4)\vec{i} - 6t\vec{j}) dt = ((6t^2 + 4t)\vec{i} - 3t^2\vec{j}) + \vec{C}$$

$$_{t=0} \vec{OM} = \vec{0} \Rightarrow \vec{C} = \vec{0}$$

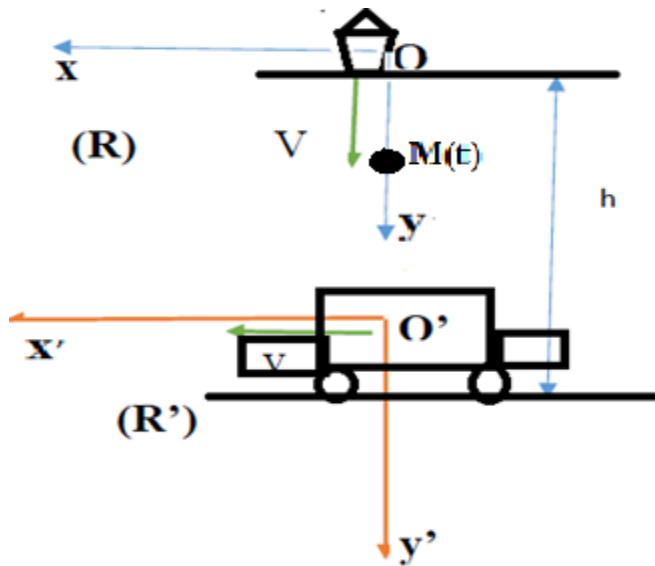
$$\vec{OM} = (6t^2 + 4t)\vec{i} - 3t^2\vec{j}$$

3)

$$\vec{\gamma}_r = \frac{d\vec{V}_r}{dt} = \frac{d((12t + 3)\vec{i} - 6t\vec{j})}{dt} = 12\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$\vec{\gamma}_A = \frac{d\vec{V}_a}{dt} = \frac{d((12t + 4)\vec{i} - 6t\vec{j})}{dt} = 12\vec{i} - 6\vec{j}$$

### Exercise 3



(figure 1)

On choisit les positions des repères (R ) et (R') comme il est montré sur la figure 1.

1)  $V=cste$

$(\overrightarrow{O'M})_{R'} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}'$  : vecteur position du bidon par rapport à (R')

Puisque (R') est en translation par rapport à (R ) alors on a :

$$\vec{i}' = \vec{i}, \vec{j}' = \vec{j}$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \Rightarrow \vec{V}_r = \vec{V}_a - \vec{V}_e$$

$$\vec{V}_e = \vec{v} = v\vec{i}$$

$$\vec{V}_a = \vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} = -V\vec{j}$$

$$\text{donc : } \vec{V}_r = -V\vec{j} - v\vec{i} = \dot{x}'\vec{i} + \dot{y}'\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx'}{dt} = -v \Rightarrow x' = \int -v dt \\ \frac{dy'}{dt} = -V \Rightarrow y' = \int -V dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -vt + C \\ y' = -Vt + D \end{cases}$$

$$t=0 \quad x' = 0 \quad y' = -h$$

donc

$$\begin{cases} x' = -vt \Rightarrow t = -\frac{x'}{v} \\ y' = -Vt - h \Rightarrow y' = V\frac{x'}{v} - h \end{cases}$$

Donc l'équation du trajectoire :  $y' = V\frac{x'}{v} - h$  qui est une droite.

$$1) \text{ V variable} \Rightarrow \overrightarrow{V_a} = \text{variable} \Rightarrow \vec{\gamma} = \overrightarrow{\gamma_a} = \overrightarrow{cste} \Rightarrow d\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{\gamma_a} dt$$

$$\overrightarrow{V_a} = \vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} = -V\vec{j} = -\gamma t\vec{j}$$

$$\text{donc : } \overrightarrow{V_r} = -\gamma t\vec{j} - v\vec{i} = \dot{x}'\vec{i} + \dot{y}'\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx'}{dt} = -v \Rightarrow x' = \int -v dt \\ \frac{dy'}{dt} = -\gamma t \Rightarrow y' = \int -\gamma t dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -vt + C \\ y' = -\frac{1}{2}\gamma t^2 + D \end{cases}$$

$$t=0 \quad x' = 0 \quad y' = -h$$

donc

$$\begin{cases} x' = -vt \Rightarrow t = -\frac{x'}{v} \\ y' = -\frac{1}{2}\gamma t^2 - h \Rightarrow y' = -\frac{1}{2}\gamma\left(-\frac{x'}{v}\right)^2 - h \end{cases}$$

Donc l'équation du trajectoire :  $y' = -\frac{1}{2}\gamma \frac{x'^2}{v^2} - h$  qui est l'équation d'une parabole.

