الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2018

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03سا و30 د

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

المتتالية $(u_n)$ معرّفة بحدها الأول $u_0$ حيث $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=\frac{-3}{4}u_n+4$

1. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) مثّل المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة : $y=x$ و المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$

بـ : $f(x)=\frac{-3}{4}x+4$ ثمّ احسب فاصلة نقطة تقاطعهما.

ب) مثّل على محور الفواصل الحدود: $u_0$ ، $u_1$، $u_2$ و $u_3$ مبرزا خطوط الرسم.

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها و نهايتها.

2. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون: $u_n=\frac{-9}{7}\left(\frac{-3}{4}\right)^n+\frac{16}{7}$

3. من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع : $v_n=u_n-\frac{16}{7}$

أ) بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعين أساسها $q$ وحدها الأول $v_0$

ب) اكتب بدلالة $n$ عبارة $v_n$، ثمّ استنتج عبارة $u_n$ و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4. احسب بدلالة $n$ كل من: $s_n=u_0+u_1+...+u_n$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

يحتوي وعاء على 9 كرات متجانسة منها5 كرات حمراء مرقمة 1 ، 1 ، 1، 2 ، 2 والباقي سوداء مرقمة1 ، 1، 2 ، 2

1. نسحب عشوائيا 3 كرات على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الوعاء قبل السّحب الموالي.

أ) احسب احتمال الحدث $A$ : " سحب ثلاث كرات سوداء ".

ب)استنتج احتمال الحدث $B$ : " أن تكون إحدى الكرات المسحوبة على الأقل حمراء ".

2. نسحب الآن عشوائيا 3 كرات في آن واحد من الوعاء.

أ) احسب احتمال الحدث $C$ : " سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم ".

ب) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام الظاهرة على الكرات المسحوبة.

عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$ ، عرّف قانون احتماله واحسب أمله الرّياضي.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ : $\left(z-\sqrt{3}+i\right)\left(z^2-2z+4\right)=0$

II. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ حيث : $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=\sqrt{3}-i$

1. أ) اكتب كلّ من $z_A$ و $z_C$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}+\left(\frac{z_C}{2}\right)^{2018}$

2. بيّن أنّ $z_C=-iz_B$ ، ثم استنتج أنّه يوجد دورانا يحول النقطة $B$ إلى النقطة $C$ يطلب تعيين عناصره المميزة.

3. من اجل كل عدد $z$ يختلف عن $z_A$ و $z_B$ ، عين $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث:

$$\arg\left(\frac{z-z_B}{z-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad ; k\in\mathbb{Z}$$

4. أ) عيّن لاحقة النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(A;3),(B;-1),(C;-1)\}$

ب) عيّن $(\Delta)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left(3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

الدالة $f$ معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=x^2(-1+2\ln x) & ; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

$(C_f)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، (وحدة الطول $1cm$)

1. أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} \frac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة لكل من الدالة $f$ والمنحى $(C_f)$

2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3. أ) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع محور الفواصل.

ب) اكتب معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{e}$

ج ) احسب $f(e)$ ، ثم مثّل كل من $(T)$ و $(C_f)$ في نفس المعلم.

4. $\alpha$ عدد حقيقي حيث: $0<\alpha<\sqrt{e}$

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب بالسنتمتر المربع $S(\alpha)$ مساحة السطح المستوي المحدد بالمنحى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=\sqrt{e}$ و $x=\alpha$

ب) احسب $\lim\limits_{\alpha\xrightarrow{>}0} S(\alpha)$

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ : $f(x)=2\sqrt{e}x-m$